

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.

Настоящая программа предназначена для абитуриентов, поступающих в ЧОУ ВО «ИМТП», составлена в соответствии со стандартом среднего (полного) общего образования с целью ознакомления с примерными заданиями к вступительному экзамену по математике и состоит из трех разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий на письменном вступительном испытании.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на письменном вступительном испытании.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

Вступительное испытание по математике в ЧОУ ВО «ИМТП» проводится в письменной форме, продолжительность 235 минут.

Проверка работ всех поступающих осуществляется в обезличенном виде, в форме, исключающей установление авторства работы.

Решать задания экзаменационной работы можно в любом порядке, сохраняя при этом исходную нумерацию заданий.

1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ.

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Проценты.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

- 6 . Числовые выражения. Равенство и тождество. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
- 8 . Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функций, наибольшее и наименьшее значение функции; периодичность, четность, нечетность.
12. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции.
13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y=ax^2+bx+c$, степенной $y=a^n$ ($n \in \mathbb{N}$), дробно-рациональной $y=k/x$, показательной $y=a^x$, $a>0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y=\sin x$; $y=\cos x$; $y=\operatorname{tg} x$), арифметического корня.
14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
15. Квадратные уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
16. Неравенства. Свойства числовых неравенств.
17. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.
18. Система уравнений и неравенств. Решения системы.
19. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
20. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
21. Преобразование тригонометрических выражений.
22. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
23. Производные функций $y=\sin x$; $y=\cos x$; $y=\operatorname{tg} x$; $y=x^n$ ($n \in \mathbb{N}$); $y=a^x$; $y=\ln x$.

Геометрия.

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы.
2. Окружность, круг. Параллельные прямые.
3. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
4. Векторы. Операции над векторами.

5. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
6. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников.
7. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
8. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
9. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности.
10. Дуга окружности. Сектор.
11. Центральные и вписанные углы.
12. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
13. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
14. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
15. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
16. Параллельность прямой и плоскости.
17. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
18. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
19. Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
20. Формулы вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
21. Формулы площади поверхности и объема призмы.
22. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
23. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
24. Формулы площади поверхности и объема конуса.
25. Формулы объема шара.
26. Формулы площади сферы.

2. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь.

1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные примеры; находить значение корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.
2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.
3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

4. Уметь решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения и их системы.
5. Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.
6. Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства и их системы.
7. Вычислять производные и первообразные элементарных функций
8. Использовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.
9. Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин(длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.
10. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.
11. Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

3. ТРЕБОВАНИЯ ПРИ СДАЧЕ ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Экзаменационные работы оцениваются по 100-балльной шкале. Максимально возможная суммарная оценка – 100 баллов. Минимальный балл для участия в дальнейшем конкурсе – 27 баллов.

Абитуриенту будут предложены 15 заданий. Ответом к каждому из заданий первой части является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий второй части требуется записать полное решение и ответ.

Критерии оценок заданий по математике (в баллах)

Часть	I часть				II часть	
№ заданий	№№ 1-3	№№ 4-5	№№ 6-8	№№ 9-10	№№ 1,2	№№ 3-5
Количество баллов	4	5	6	7	8	10

4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч.1 Мордкович А.Г. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) изд. 10-е стер. М.: Мнемозина, 2009- 399с.
2. Алгебра и начала математического анализа В 2 ч. Ч.2 Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) изд. 10 стер. М.: Мнемозина, 2009- 239с
3. Геометрия. 10-11 классы Учебник для общеобразовательных учреждений базовый и профильный уровни 18-е изд. – М.: Просвещение, 2009, 255с.
4. Ткачук В.В Математика – абитуриенту. – 14-е изд. М.:МЦНМО, 2007.- 976 с.
5. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике – М.: АстАстрель, 2006 – 509 с.
6. А.Г.Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю.Лаврентьева Математика. Полный справочник – М., АСТ, Астрель ВКТ, 2010, 303 с.
7. Генденштейн Л.Э., Ершова А.П., Ершова А.С. Наглядный справочник по алгебре и началам анализа с примерами 7-11 классов Илекса, Гимназия 1997, 96 с.
8. Генденштейн Л.Э., Ершова А.С. Наглядный справочник по математике с примерами. Для абитуриентов, школьников, учителей М.:Иякса, 2009. – 192 с.
9. Мордкович А.Г., Глизбург В.И., Лаврентьев Н.Ю. Математика. Полный справочник для подготовки к ЕГЭ. М. Изд. АСТ, 2014, 352 с.
10. Балаян Э.Н. Репетитор по математике для старшеклассников и поступающих в вузы М. изд. Феникс, 2014г, с. 727.
11. Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями: Учебное пособие М. Изд. дрофа, 2010г, с.528
12. Смирнов В.А., Шестаков С.А., Посицельская М.Н. Семенов А.В. и др.: ЕГЭ. 300 задач с ответами по математике все задания группы В. М. изд. Экзамен, 2014г, 528с.
13. Сергеев И.Н., Панферов В.С. ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. Все задания группы С «Закрытый сегмент» М., Изд. экзамен, 2014г, 314 с.
14. М.И. Сканави. Сборник задач по математике с решениями. М.: ОНИКС: Альянс, 1999г.

Интернет-ресурсы:

1. www.fipi.ru
2. www.alleng.ru

Примерные задания по математике.

Ответом на задания 1 – 10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь.

Ответ следует записывать справа от задания.

Задания	Ответ
1. Вычислите $(4\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) \cdot 0,24$	
2. Железнодорожный билет для взрослого стоит 700 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50 % от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 17 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?	
3. Найдите значение выражения $\frac{23 \sin 17^\circ}{\cos 107^\circ}$	
4. Найдите корень уравнения $25^{x-11} = \frac{1}{5}$	
5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{11}{14}$, $AC = 10\sqrt{3}$. Найдите AB.	
6. Прямая $y = 6x + 9$ параллельна касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.	
7. Найдите значение выражения $104 \cdot \log_3 \sqrt[8]{3}$.	
8. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 5,5. Найдите объём параллелепипеда.	
9. Моторная лодка прошла против течения реки 165 км и вернулась обратно в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.	
10. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 8x^2 + 16x + 23$ на отрезке $[-13; -3]$	

Часть 2

Записать задание, а затем полное обоснованное решение и ответ.

1. а) Решите уравнение $4\sin^4 x - 4\sin^2 x + 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ 3^y \cdot 4^{2y} = 48. \end{cases}$$

3. Найдите точки экстремума функции $y = (x - 5)^2 e^{x-2}$.

4. Решите неравенство $\log_{0,5}(x^2 + 6) \geq \log_{0,5} 5x$.
5. Высота правильной треугольной пирамиды $SABC$ составляет $\frac{5}{7}$ от высоты боковой грани SAB . Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и её боковым ребром.